

[illegible]

執行期間： 88 年 11 月 01 日至 89 年 7 月 31 日

共同主持人：林炳宏 淡江大學建築技術系

☐赴國外出差或研習心得報告一份

☐赴大陸地區出差或研習心得報告一份

☐出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份

☐國際合作研究計畫國外研究報告書一份

中 華 民 國 八 十 九 年 八 月 十 五 日

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

彈性支承梁受高速列車的動力反應

Dynamic response of elastically-supported beams due to high speed trains

計畫編號：NSC 89-2211-E-032-018

執行期限：88 年 11 月 01 日至 89 年 7 月 31 日

主 持 人：姚忠達 淡江大學建築技術系

共同主持人：林炳宏 淡江大學建築技術系

計畫參與人員：林金祿 台灣大學土木工程研究所

一、中文摘要

本研究希望藉由理論解析的方式，推導出彈性支承梁在高速序列移動載重下之動態反應理論解，並從理論解的形式確認高速鐵路橋梁在具有隔震措施的情況下之反應放大參數，進而評估隔震措施在高鐵橋梁的適用性。

關鍵詞：高鐵、彈性支承梁、共振反應

Abstract

In this research, an analytical approach is presented for investigating the dynamic response of bridges with elastic bearings due to high-speed trains. To simplify the present study, the bridge is modeled as a beam-like structure and supported by two identical elastic springs, while the train moving over it is modeled as a sequence of moving loads with constant intervals. The present results indicate that the elastic bearings inserted at the supports of the bridge can significantly increase the bridge response when subjected to the moving loads at certain speeds, which is harmful to the riding comfort or maneuverability of the train.

Keywords: high speed railway, impact response, elastically supported beam

二、緣由與目的

以位處在強烈地震帶的台灣而言，為了減少地震對橋梁結構體的侵襲，工程師通常會以隔震塊來降低地震力對橋梁所造成的損害。然而當橋梁被放在隔震塊後，固然可以有效地隔離由地盤傳來的地震力作用，但是卻也無法有效地將橋上車行作用力立即傳到地盤，於是車行移動力便不斷地將能量輸入到橋梁，致橋體反應愈趨

放大，那麼如此週而復始的循環作用，不但讓乘車者感到不舒適，對於橋梁的疲勞現象也可能因此提早到來，此一情況若發生於承受時速 250 公里以上的高速鐵路橋梁，那麼其影響也將更加明顯。

橋梁受到車輛作用的車橋互制行為，計劃主持人在這方面進行過多年的研究，並將之編寫成書[1]。其中有關鐵路橋受到高速列車作用的動力行為，從研究結果可知，因為作用於橋梁上的列車載重是屬於序列型規則性排列，橋梁將因此被激發出共振反應。而要是橋梁共振反應發生在列車的營運速度範圍（250~300km/h）內，對橋梁安全性、車輛行車品質將因而大打折扣，若是再考慮隔震塊的因素，那麼車橋反應勢必放大，此時便有可能危及車橋的安全。本研究之目的，即在於藉由理論分析模式，來探討隔震塊對橋梁受車行作用的影響，進而從理論解中找出影響隔震橋反應的主控因子，然後再配合有限元素的車橋互制反應程式，以評估隔震塊在高鐵橋梁的適用性。

三、理論解析

為易於了解隔震鐵路橋梁受列車作用的理論解析，本研究將把橋梁簡化成 Bernoulli-Euler 梁，而橋梁兩端的隔震塊則以無質量的支承彈簧模擬之，至於高速列車載重則以序列移動荷重來代表；然後把問題鎖定在彈性支承梁受到序列移動荷重的動態反應之理論解推導。

3.1 運動方程式與動態反應

在以下的推導過程中，為了方便理論的發展，將在不考慮阻尼的影響下進行。圖 1 所示的彈性支承梁在受到一序列等間距 d 等速 v 移動力量 p 作用，則其控制方

程式可以表示成：

$$m\ddot{u} + EIu''' = p \sum_{k=1}^N u[x - v(t - t_k)] \times [H(t - t_k) - H(t - t_k - L/v)] \quad (1)$$

其中 m = 梁的單位長度質量， EI = 梁的撓曲斷面性質， u = 梁的變形 [= $u(x, t)$]， N 為已通過橋梁左端點的列車移動載重總數； δ 為 *Dirac Delta* 函數， t_k 代表第 k 個移動載重進入橋梁左邊端點的時刻（即 $t_k = (k-1)d/v$ ）， $H(t - t_k)$ 則為單位階梯函數 (unit step function)。設 K 表示彈簧的勁度，在零初始條件下，就彈性支承梁而言，其邊界條件及初始條件可以寫成：

$$\begin{aligned} \text{邊界條件：} \\ u''(0, t) = u''(L, t) = 0 \\ EIu'''(0, t) = -EIu'''(L, t) = -Ku(0, t) \end{aligned} \quad (2a-d)$$

$$\text{初始條件：} u(x, 0) = \dot{u}(x, 0) = 0 \quad (2e, f)$$

要求解上述的梁動態反應理論解，其中最感困擾的便是如何將原本為連體型的橋梁運動控制式，化簡成可以直接求解的廣義型運動方程式。針對此點，我們將把彈性支承梁的形狀函數假設成由『簡支梁的正弦撓曲振態』與『（剛桿件+兩端彈性支承）的剛性振動模態』所複合而成（如圖 2 所示），有關這方面的說明可詳文獻 [1] 書中第七章的理論推導：

$$u(x, t) = q(t)W(x) = q(t) \frac{\sin(\kappa x/L) + /}{1 + /} \quad (3)$$

上式中 $q(t)$ = 梁中點變形廣義座標， κ 的物理意義表示梁撓曲剛度與彈性支承勁度的比值， $\kappa = E\pi^3/(KL^3)$ 。於是我們便可將原屬連體型的(1)式之運動控制式，利用虛功原理，化簡成如下的廣義型微分方程式：

$$\ddot{q}(t) + \tilde{\omega}^2 q(t) = \frac{2p(1 + /) \times \sum_{k=1}^N F_k(v, t)}{mL(1 + 8/ + f + 2/2)} \quad (4)$$

其中 ω = 彈性支承梁的基本振動頻率，其表示式為

$$\tilde{\omega}^2 = \omega_0^2 \times \frac{(1 + 4/ + f)}{1 + 8/ + f + 2/2} \quad (5)$$

ω_0 = 簡支梁基本振頻 = $(\pi/L)^2 (EI/m)^{1/2}$ ，而廣義力函數 $F_k(v, t)$ 則為

$$\begin{aligned} F_k(v, t) = & \left[\sin \frac{f v(t - t_k)}{L} + / \right] H(t - t_k) \\ & + \left[\sin \frac{f v}{L} (t - t_k - \frac{L}{v}) - / \right] H(t - t_k - \frac{L}{v}) \end{aligned} \quad (6)$$

3.2 基本振頻分析

為了說明(4)式的準確性，我們將以 Gorman(1975)的彈性支承梁自然頻率正解方程式：

$$\begin{aligned} b^2 (\cos kL - 1/\cosh kL) + 2b(\sin kL \\ - \tanh kL \cos kL) - 2 \sin kL \tanh kL = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

與(5)式的近似基本振頻作一比較，其結果如圖 3 所示，從圖中顯示，(5)式與(7)式的基本頻率比值 ω/ω_0 可以發現兩者差異甚微，故(3)式的近似形狀函數 $\phi(x)$ 可以作為估測彈性支承梁的基本振頻之用。

3.3 動態反應分析

對於方程式(4)的廣義運動方程式之動態反應解析解推導，可以參考計劃主持人在文獻[3]所發表之作法，便可以推導出如下的彈性支承梁受序列移動荷重作用的動態反應解析解：

$$u(L/2, t) = \frac{\Delta_{st}(1 + /)}{1 + 4/ + f} \times [Q_1(v, t)H(t - t_N) + Q_2(v, t)H(t - t_{N-1} - L/v)] \quad (8)$$

其中 $\Delta_{st} = 2PL^3/(\pi^4 EI) \doteq PL^3/(48EI)$ = 簡支梁中點受集中載重的最大變形量，另外

$$\begin{aligned} Q_1(v, t) = & \frac{\sin \Omega(t - t_N) - S \sin \tilde{S}(t - t_N)}{1 - S^2} \\ & + / [1 - \cos \tilde{S}(t - t_N)] \end{aligned} \quad (9a)$$

$$\begin{aligned} Q_2(v, t) = & 2\Lambda(/, S) \times [\sin \tilde{S}(t - L/2v) + \\ & \sin \tilde{S}\left(t - \frac{t_N + L/v}{2}\right) \frac{\sin \tilde{S}[(t_N/2 - d/2v)]}{\sin(\tilde{S}d/2v)}] \end{aligned} \quad (9b)$$

$$\Lambda(/, S) = / \sin(f/2S) - S \frac{\cos(f/2S)}{1-S^2} \quad (9c)$$

而 Ω = 車體對橋梁驅動頻率($=\pi\nu/L$)， S 即為速度參數($=\Omega/\omega$)。根據以上的結果，我們便可確認隔震塊的支承剛度對橋梁反應之影響，然後依此評估隔震措施在高速鐵路橋梁的適用性。惟須注意者，(9b)、(9c)式中的三角函數項，若正弦函數 $\sin(\pi/2S)$ 與餘弦函數 $\cos(\pi/2S)$ 呈異號時，則彈性支承梁反應將會被放大；反之，若呈同號，則兩者將呈互減效果，於是梁的反應便會隨之縮小，有關此現象之說明將在下面的說明例中繼續闡釋。

3.4 共振與相消

根據(8)、(9)式的梁動態反應顯示，當(8)式的分母項： $\sin(\omega d/2\nu_{res}) = 0$ 時、或是 $S_{res} = d/(2nL)$ ， $n = 1, 2, 3, \dots$ ，則由L'Hospital法則知道，(9b)式將可以改寫成：

$$Q_2(\nu_{res}, t) = 2(N-1)\Lambda(/, S)\sin\tilde{S}(t-L/2\nu) \quad (9)$$

此時橋梁反應將隨著通過橋梁的移動載重數 $(N-1)$ 的增加而放大，這也就是共振效應。另外，當(9c)式中 S 滿足以下的條件：

$$/ \sin(f/2S) - S \frac{\cos(f/2S)}{1-S^2} = 0 \quad (10)$$

此時列車通過橋梁後，橋梁反應將與前面 $(N-1)$ 個通過的移動載重數無關，而影響橋梁振動反應的是第 N 個在橋上的移動載重，此即所謂的相消效應，於是橋梁中點位移反應項即可表示成：

$$u(L/2, t) = \frac{\Delta_{sz}(1+ /)}{1+4 / / f} \times Q_1(\nu_{can}, t) \quad (11)$$

四、例題說明

在以下的高鐵橋梁動態反應分析中，我們將就簡支橋與隔震橋的情況，在現行高鐵的營運速度($\nu < 360\text{km/hr}$ 、速度參數值範圍為 $0 < S < 0.3$)下，探討彈性支承梁受序列移動載重的動態反應，另為說明本研究成果之可信性，並輔以車橋互制有限

元素解之結果為佐證[4]。

本說明例擬採用具有八個等間距($d=25\text{m}$)的序列移動載重($p=215.6\text{kN}$)作為施加力，然後分別針對表一所示的橋梁，進行動態反應分析。

表一 橋梁基本性質

L (m)	m (t/m)	EI ($\text{kN}\cdot\text{m}^2$)	κ	ω (rad/s)
23	30	1.4×10^8	0.24	35.1
27	32	2.0×10^8	0.20	29.9

圖4為上述23公尺的橋梁在次共振尖峰($S_{res} = d/4L$ 、共振速度 $\nu_{res} = 288\text{ km/hr}$)下，彈性支承梁的中點反應歷時圖，從圖中，可發現橋梁因(9c)式中， $\pi/2S_{res}$ ，使得 $\sin(\pi/2S_{res})$ 與 $\cos(\pi/2S_{res})$ 落在第四象限而呈異號，因此，梁中點反應呈放大現象。

根據前述理論解的說明，因彈性支承之引進，其所造成的彈性支承梁反應的放大或縮小現象，仍須視速度參數 S 的大小而定，這點可由圖5及圖6的梁變形衝擊反應關係圖($I-S$ 圖)得知。從 $I-S$ 圖中，可知引進彈性支承，對於梁的衝擊反應而言，在大部分的運轉車速下，其反應仍以放大現象居多。惟只有在27公尺橋 $S = 0.2\sim 0.25$ ，隔震橋反應較簡支橋反應小，主因是該橋的 $\pi/2S_{res}$ 使得 $\sin(\pi/2S_{res})$ 與 $\cos(\pi/2S_{res})$ 落在第一象限而呈同號，致梁中點反應呈縮減現象。另外，為說明隔震措施對車體反應之影響，本研究利用有限元素程式[4]進行車橋互制分析，結果如圖7顯示，從圖中可知，列車在隔震橋上的反應遠較簡支橋為大，是以隔震措施之應用在高鐵橋梁上，仍有待商確。

五、結論

由本研究結果顯示，若以高鐵簡支橋作為隔震的考慮對象，為降低因地震力上傳所採用的隔震支承墊，將導致橋梁與列車在部分共振車速下，呈現反應更加放大的現象。因此，將隔震措施應用在高鐵橋梁上，對於橋梁的安全性及列車的舒適與操控性，仍將是負面影響居多，而這也是

在高鐵設計實務上應當注意的事項。

參考文獻

1. 姚忠達, 楊永斌(2000). 高速鐵路車橋互制理論, 圖文技術有限公司, 台北市。
2. Gorman, D. J. (1975). *Free vibration analysis of beams and shafts*, John Wiley & Sons, Inc. N.Y.
3. 姚忠達、林炳宏、林金祿、楊永斌(2000), 隔震橋梁受高速列車的動力反應, 中華民國第五屆結構工程會議, 溪頭, 國立中興大學, 南投。
4. 姚忠達(1996). "橋梁於列車作用下之動態反應—解析與數值模擬—", 國立台灣大學博士論文, 指導教授: 楊永斌。

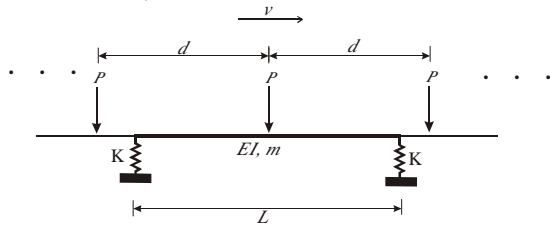


圖 1 彈性支承梁受序列移動載重

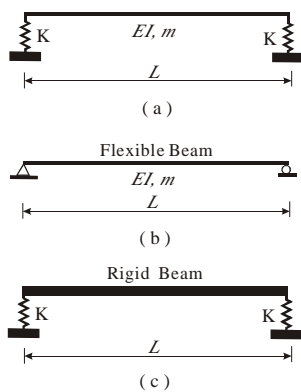


圖2 (a)彈性支承梁；(b)撓曲簡支梁；
(c)剛桿彈性支承梁

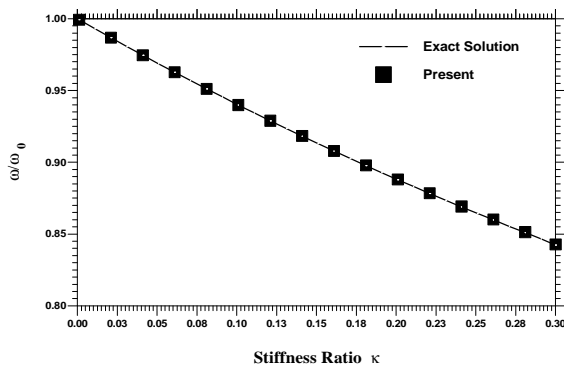


圖 3 彈性支承梁基本振頻比較圖

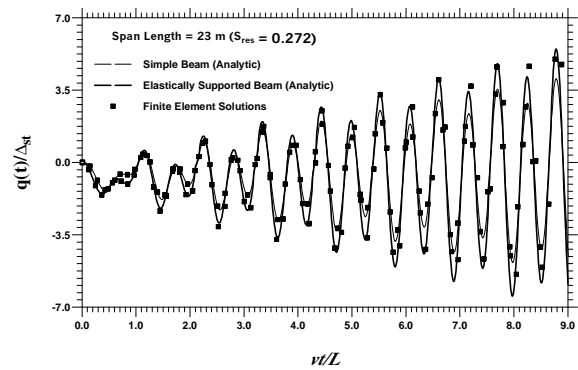


圖 4 23m 橋受序列載重反應歷時圖

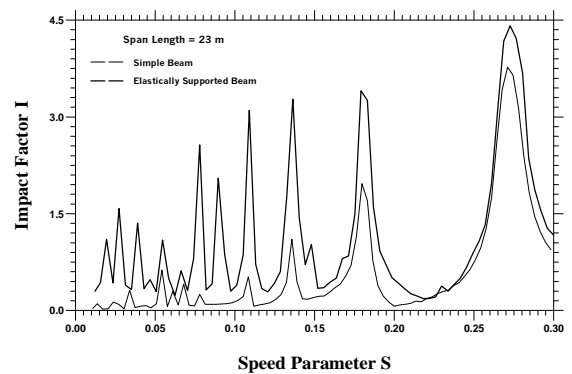


圖 5 23m 橋衝擊反應關係圖

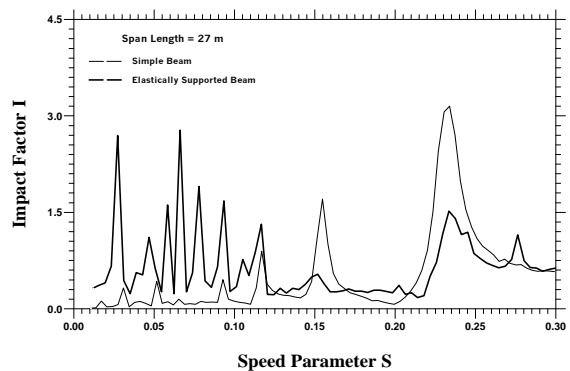


圖 6 27m 橋衝擊反應關係圖

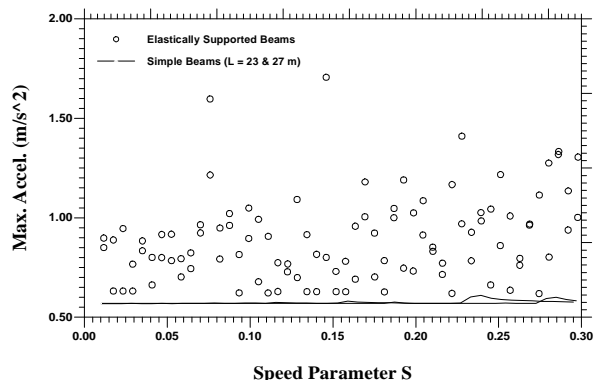


圖 7 車體最大加速度反應